

Selbsttest – Geometrie 4

- 1) Berechne den Abstand der Punkte A(0|2|-1) und B(4|2|2).
- 2) Berechne den Abstand des Punktes P von der Ebene E.
 - a) P(2|-1|2), E: $2x_1 + x_2 + 2x_3 = 6$
 - b) P(0|1|2), E: $x_1 = 7$
- 3) Berechne den Abstand des Punktes P von der Geraden g.
 - a) P(4|1|4); $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
 - b) P(1|2|2); $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$
- 4) Berechne den Abstand der beiden Geraden.
 - a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$; $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
 - b) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$; $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$
- 5) Berechne den Abstand.
 - a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$; E: $x_1 + x_2 - x_3 = 5$
 - b) E: $3x_1 - x_2 + 2x_3 = 6$; F: $-9x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 24$

Selbsttest – Geometrie 4

Lösungen:

- 1) $\overline{AB} = \begin{pmatrix} 4-0 \\ 2-2 \\ 2+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ $d = |\overline{AB}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \boxed{5}$
- 2) a) $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow |\vec{n}| = 3$ $d = \left| \frac{2 \cdot 2 + 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 - 6}{3} \right| = \boxed{\frac{1}{3}}$
 b) $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow |\vec{n}| = 1$ $d = \left| \frac{1 \cdot 0 - 7}{1} \right| = \boxed{7}$
- 3) a) (1) E: $2x_1 + x_2 = b$; P in E: $b = 9 \Rightarrow$ E: $2x_1 + x_2 = 9$
 (2) g in E $\Rightarrow t = 2$ in g: L(4|1|1)
 (3) $d = |\overline{PL}| = \boxed{3}$
 b) (1) E: $-4x_1 + 4x_3 = 4$ (2) $\left(t = \frac{1}{2} \right) \Rightarrow$ L(1|1|2) $\Rightarrow$ (3) $d = \boxed{1}$
- 4) a) $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}; |\vec{n}| = \sqrt{21}$, $d = |(\vec{p} - \vec{q}) \cdot \vec{n}_0|$

$$d = \left| \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{21}} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \right| = \left| \frac{1}{\sqrt{21}} \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \right| = \boxed{\frac{35}{\sqrt{21}}}$$

 b) $g \parallel h \Rightarrow$ Abstand P(4|0|3) zu h: ($t = 1$) $d = \boxed{\sqrt{50}}$
- 5) a) $g \parallel E \Rightarrow$ z.B.: Abstand P(3|-1|2) zu E: $d = \left| \frac{3 - 1 - 2 - 5}{\sqrt{3}} \right| = \boxed{\frac{5}{\sqrt{3}}}$
 b) $E \parallel F \Rightarrow$ z.B.: Abstand P(0|8|0) zu E: $d = \left| \frac{-8 - 6}{\sqrt{14}} \right| = \boxed{\frac{14}{\sqrt{14}} = \sqrt{14}}$